



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
11^η Κυπριακή Μαθηματική Ολυμπιάδα

Απρίλιος 2010

Χρόνος: 60 λεπτά

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Ο πενταψήφιος αριθμός 45B7A, στον οποίο τα ψηφία των μονάδων και των εκατοντάδων είναι σημειωμένα με A και B, διαιρείται ακριβώς με το 5 και με το 9, όχι όμως και με το 2. Η τιμή του B είναι;

- A) 4 B) 5 Γ) 7 Δ) 6 E) Κανένα από τα πιο πάνω.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Ο Αλέκος γεννήθηκε 3 χρόνια πριν τη Ζωή. Ο Κυριάκος γεννήθηκε μετά τον Αλέκο. Λαμβάνοντας υπόψη μόνο αυτά τα δεδομένα, ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σίγουρα σωστή;

- A) Ο Κυριάκος είναι μεγαλύτερος από τη Ζωή.
B) Ο Αλέκος είναι μεγαλύτερος από τον Κυριάκο.
Γ) Η Ζωή έχει την ίδια ηλικία με τον Κυριάκο.
Δ) Ο Κυριάκος είναι μεγαλύτερος από τον Αλέκο.
E) Κανένα από τα πιο πάνω.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \dots \times \frac{2009}{2008} \times \frac{2010}{2009} =$$

- A) 1000 B) 500 Γ) 1005 Δ) 1010 E) 2010

ΑΣΚΗΣΗ 4

Η ολική επιφάνεια ενός κύβου είναι 6 cm^2 . Τοποθετούμε 100 κύβους σε σειρά, τον ένα δίπλα από τον άλλο όπως φαίνεται στο σχήμα. Ποια είναι η ολική επιφάνεια του στερεού που σχηματίζεται;



- A) 402 cm^2 B) 400 cm^2 Γ) 202 cm^2 Δ) 200 cm^2 E) 50 cm^2

ΑΣΚΗΣΗ 5

Ο Αντρέας, ο Βασίλης και ο Γιάννης συμπλήρωσαν ένα διαγώνισμα στα Μαθηματικά. Ο μέσος όρος των βαθμών του Αντρέα και του Βασίλη ήταν 90, ο μέσος όρος των βαθμών του Βασίλη και του Γιάννη ήταν 88 και ο μέσος όρος των βαθμών του Αντρέα και του Γιάννη ήταν 84. Πόσος ήταν ο βαθμός του Βασίλη;

- A) 90 B) 44 Γ) 47 Δ) 94 E) 88

ΑΣΚΗΣΗ 6

Από τους 50 μαθητές μιας τάξης τα 32 είναι αγόρια. Οι 41 μαθητές είναι δεξιόχειρες και από αυτούς τα 26 είναι αγόρια.. Πόσα είναι τα αριστερόχειρα κορίτσια σε αυτή την τάξη;

- A) 1 B) 2 Γ) 3 Δ) 4 E) Κανένα από τα πιο πάνω.

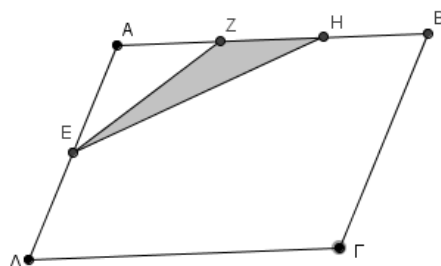
ΑΣΚΗΣΗ 7

Ποιου αριθμού το $\frac{1}{5}$ του $\frac{1}{30}$ του είναι ίσο με το 0,008% του 56000;

- A) 12 B) 67,2 Γ) 672 Δ) 6720 E) Κανένα από τα πιο πάνω

ΑΣΚΗΣΗ 8

Αν $AZ = ZH = HB$, $AE = E\Delta$ και το εμβαδόν του παραλληλογράμμου $ΑΒΓΔ$ είναι 132 cm^2 , τότε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας είναι:



- A) 24 cm^2 B) 12 cm^2 Γ) 6 cm^2 Δ) 11 cm^2 E) Κανένα από τα πιο πάνω.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Η Ελένη βρήκε μια καινούρια πράξη μεταξύ δυο ακεραίων αριθμών μ και ν ως εξής:

$$\mu \otimes \nu = \frac{\text{ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των } \mu \text{ και } \nu}{\text{μέγιστος κοινός διαρέτης των } \mu \text{ και } \nu}$$

Για παράδειγμα $12 \otimes 30 = \frac{60}{6} = 10$.

Να υπολογίσετε την τιμή του $(6 \otimes 4) \otimes 16$.

- A) 24 B) 18 Γ) 12 Δ) 6 E) 1

ΑΣΚΗΣΗ 10

Το εισιτήριο εισόδου σε ένα χιονοδρομικό κέντρο στοιχίζει €7 και συμπεριλαμβάνει την ενοικίαση του εξοπλισμού. Στην περίπτωση που ο επισκέπτης χρησιμοποιήσει δικό του εξοπλισμό, τότε το εισιτήριο εισόδου είναι €4. Αν το κόστος αγοράς του εξοπλισμού είναι €75, ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός επισκέψεων στο χιονοδρομικό κέντρο που πρέπει να κάνει ένας επισκέπτης, ώστε να είναι συμφέρουσα η αγορά του εξοπλισμού;

- A) 24 B) 25 Γ) 26 Δ) 27 E) Κανένα από τα πιο πάνω.

ΑΣΚΗΣΗ 11

Πόσα τρίγωνα με περίμετρο 10 cm μπορούν να κατασκευαστούν με μήκος πλευρών ακέραιες διαστάσεις;

- A) 2 B) 3 Γ) 7 Δ) 4 Ε) Κανένα από τα πιο πάνω.

ΑΣΚΗΣΗ 12

Αν $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ τότε ο λόγος $\frac{x+y}{y}$ ισούται με:

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{3}{7}$ Γ) $\frac{7}{4}$ Δ) 1 Ε) $\frac{3+y}{y}$

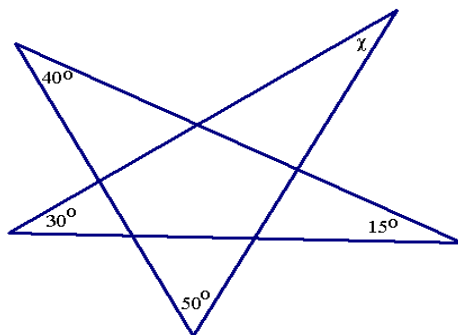
ΑΣΚΗΣΗ 13

Αν $10^z \cdot 10^{\psi} \cdot 10^{\zeta} = 10^{99}$, τότε ο μέσος όρος των χ , ψ και ζ είναι:

- A) 1 B) 33 Γ) 50 Δ) $\frac{100}{3}$ Ε) Κανένα από τα πιο πάνω

ΑΣΚΗΣΗ 14

Η γωνία χ ισούται με:



- A) 30° B) 40° Γ) 45° Δ) 50° Ε) 55°

ΑΣΚΗΣΗ 15

Ένας ζωολογικός κήπος παρέλαβε 6 ζώα και συγκεκριμένα: ένα αρσενικό λιοντάρι, μία τίγρη, έναν πίθηκο, ένα θηλυκό λιοντάρι, ένα ελάφι και μία ζέβρα. Οι υπεύθυνοι του ζωολογικού κήπου πρέπει να τοποθετήσουν αυτά τα ζώα σε 4 ειδικά διαμορφωμένους χώρους που είναι κενοί αυτή τη στιγμή, τηρώντας τους παρακάτω περιορισμούς:

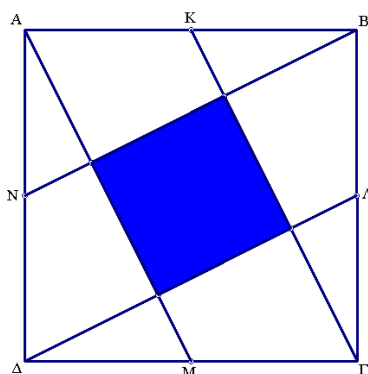
- το αρσενικό λιοντάρι δεν πρέπει να μπει στον ίδιο χώρο με το ελάφι
- για να μπει το θηλυκό λιοντάρι μαζί με το αρσενικό πρέπει να είναι μαζί και ένα άλλο ζώο
- ο πίθηκος δεν μπορεί να είναι στον ίδιο χώρο με τα λιοντάρια και την τίγρη
- Η ζέβρα δεν μπορεί να μείνει μόνο της σε ένα χώρο αλλά δεν μπορεί να είναι και με περισσότερα από ένα

Με βάση τους παραπάνω και μόνο περιορισμούς, ποιο από τα παρακάτω ζώα μπορεί να μπει στον ίδιο χώρο με το αρσενικό και το θηλυκό λιοντάρι;

A) Η ζέβρα. B) Το ελάφι. Γ) Η τίγρης. Δ) Ο πίθηκος. E) Τίποτα από αυτά

ΑΣΚΗΣΗ 16

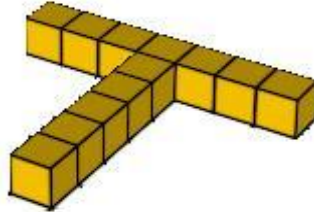
Στο σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο. Τα σημεία Κ, Λ, Μ και Ν είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΑ αντίστοιχα. Ποιος είναι ο λόγος του σκιασμένου εμβαδού προς το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΒΓΔ;



A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ Γ) $\frac{1}{6}$ Δ) $\frac{1}{9}$ E) Κανένα από αυτά

ΑΣΚΗΣΗ 17

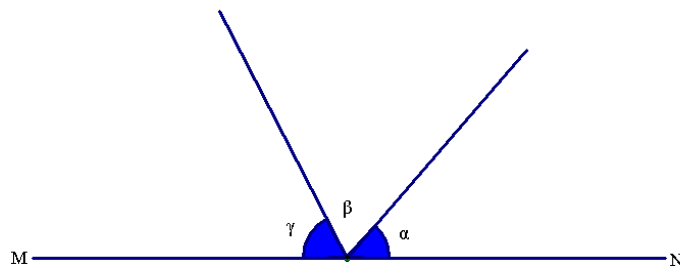
Με 13 μικρούς κύβους κατασκευάσαμε το πιο κάτω στερεό. Στη συνέχεια βάψαμε με κόκκινο την εξωτερική επιφάνεια του στερεού (περιλαμβανομένης και της επιφάνειας που βρίσκεται από κάτω). Τέλος, σπάσαμε το σχήμα και πήραμε τους 13 μικρούς κύβους. Πόσοι κύβοι έχουν τις τέσσερις έδρες τους βαμμένες με κόκκινο χρώμα;



- A) 2 B) 9 Γ) 0 Δ) 13 Ε) 8

ΑΣΚΗΣΗ 18

Το MN στο πιο κάτω σχήμα είναι ευθύγραμμο τμήμα. Οι γωνίες α , β και γ ικανοποιούν τις σχέσεις $\alpha : \beta = 1 : 2$ και $\gamma : \beta = 3 : 1$. Το μέτρο της γωνίας β είναι:



- A) 120° B) 60° Γ) 40° Δ) 20° Ε) 8°

ΑΣΚΗΣΗ 19

Η πραγματική απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 44 km. Ποια θα είναι η απόσταση των πόλεων αυτών σε ένα χάρτη όπου ένα εκατοστόμετρο αντιστοιχεί με 8 km;

- A) 5,5 km B) 6,5 cm Γ) 5,5 cm Δ) 6 cm Ε) 5 cm

ΑΣΚΗΣΗ 20

Σε ένα σακούλι υπάρχουν 30 μήλα, 20 αχλάδια και 10 ροδάκινα. Ποια είναι η πιθανότητα να πάρεις τυχαία από το σακούλι ένα αχλάδι;

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{6}$ Γ) $\frac{1}{5}$ Δ) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

ΑΣΚΗΣΗ 21

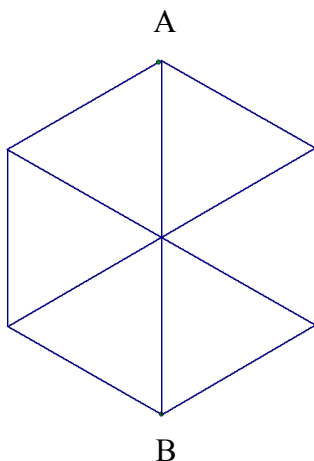
Να βρείτε την τιμή της παράστασης.

$$\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} + \dots - \frac{1}{49 \times 50} =$$

- A) $\frac{1}{49}$ B) $\frac{1}{51}$ Γ) $\frac{1}{40}$ Δ) $\frac{1}{50}$ E) 0

ΑΣΚΗΣΗ 22

Ο Ιάσοντας θέλει να μεταβεί από το σημείο A στο σημείο B ακολουθώντας τα ευθύγραμμα τμήματα που φαίνονται στο σχήμα. Κινείται μόνο προς τα κάτω. Ο αριθμός των διαφορετικών διαδρομών από το A προς το B είναι:



- A) 9 B) 10 Γ) 11 Δ) 12 E) 13

ΑΣΚΗΣΗ 23

Ένας μαθητής πολλαπλασίασε στην υπολογιστική μηχανή όλους τους ακέραιους αριθμούς από το 1 μέχρι και το 50. Σε πόσα μηδενικά τελειώνει το γινόμενο;

- A) 3 B) 15 Γ) 8 Δ) 12 E) Κανένα από τα πιο πάνω.

ΑΣΚΗΣΗ 24

Ο Γιώργος διαίρεσε τον αριθμό $\underbrace{111\dots1}_{2010}$ με το 3. Πόσα μηδενικά υπάρχουν στο πηλίκο;

- A) 668 B) 669 Γ) 670 Δ) 671 E) Κανένα από αυτά

ΑΣΚΗΣΗ 25

Στην εξηναδική γραφή ο αριθμός 62 γράφεται 1, 2 και ο αριθμός 62,5 γράφεται ως 1, 2 ; 30. Ο αριθμός 100,25 στην εξηναδική γραφή γράφεται:

- A) 1, 40 ; 25 B) 1, 40 ; 15 Γ) 100 ; 25 Δ) 1 ; 40, 15 E) 1, 0 ; 15

ΑΣΚΗΣΗ 26

Στον πιο κάτω πολλαπλασιασμό, το A, το B, το Γ και το Δ είναι διαφορετικά ψηφία.

Αν το $\Gamma=6$, ποιο είναι το ψηφίο Δ;

$$\begin{array}{r} \text{A} \quad \text{B} \quad \text{Γ} \\ \phantom{\text{A}} \phantom{\text{B}} \quad \Delta \quad \text{X} \\ \hline 1 \quad \Delta \quad \text{A} \quad \text{A} \end{array}$$

- A) 9 B) 8 Γ) 7 Δ) 6 E) 0

ΑΣΚΗΣΗ 27

Δίνεται ένα τετράγωνο με πλευρά 8 cm. Ενώνοντας τα μέσα των πλευρών του σχηματίζουμε μέσα σε αυτό ένα δεύτερο τετράγωνο. Αυτή η διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να σχεδιαστούν 6 τετράγωνα, το ένα μέσα στο άλλο (συμπεριλαμβανομένου του αρχικού). Να βρείτε τη διαφορά των εμβαδών του αρχικού τετραγώνου και του μικρότερου τετραγώνου.

- A) 60 B) 62 Γ) 56 Δ) 30 E) Κανένα από τα πιο πάνω.

ΑΣΚΗΣΗ 28

Τα α και β είναι και οι δύο ζυγοί αριθμοί. Ποιος από τους πιο κάτω αριθμούς θα μπορούσε να είναι περιττός;

- A) $(\alpha+\beta)^2$
B) $\alpha^2+\beta^2$
Γ) $(\alpha+1)\cdot(\beta+1)-1$
Δ) $(\alpha+1)^2 + (\beta+1)^2$
E) $(\alpha+1) \div (\beta+1)$

ΑΣΚΗΣΗ 29

Το υπόλοιπο της διαίρεσης $987654321 \div 39$ είναι 30. Ποιο είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης $987654330 \div 13$;

- A) 30 B) 9 Γ) 3 Δ) 1 E) 0

ΑΣΚΗΣΗ 30

Το σύνολο των περιττών αριθμών τοποθετούνται, όπως φαίνεται πιο κάτω:

		1			
		3	5	7	
	9	11	13	15	17
		
		

Ποιος είναι ο μεσαίος αριθμός της 20στης σειράς;

A) 759

B) 761

Γ) 763

Δ) 765

E) 767