



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2017

Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ημερομηνία: 02/12/2017

Ώρα Εξέτασης: 09:30-12:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Δίνονται θετικοί πραγματικοί αριθμοί x, y τέτοιοι, ώστε ο αριθμός $\frac{x}{y}$ να είναι ακέραιος και να ισχύει ότι:

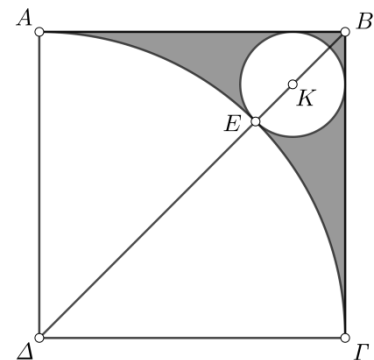
$$\frac{3}{7} < \frac{2x + y}{3x + 10y} < \frac{4}{9}$$

Να βρείτε τον αριθμό $\frac{x}{y}$.

Πρόβλημα 2

Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς 1 cm και το $A\epsilon\Gamma$ είναι τόξο με κέντρο το Δ και ακτίνα $\Delta\Gamma$. Ο κύκλος με κέντρο το K και ακτίνα KE εφάπτεται στις πλευρές $AB, B\Gamma$ και στο τόξο $A\epsilon\Gamma$.

- (α) Να δείξετε ότι $(KE) = (3 - 2\sqrt{2})$ cm.
- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Πρόβλημα 3

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{12345^2}{54321 \cdot 66666} + \frac{54321^2}{12345 \cdot 66666} - \frac{66666^2}{12345 \cdot 54321}$$

Πρόβλημα 4

Έστω α, β, γ ακέραιοι αριθμοί, για τους οποίους ισχύει ότι $\alpha + \beta + \gamma = 0$.

Να δείξετε ότι ο αριθμός $\frac{\alpha^4 + \beta^4 + \gamma^4}{2}$ είναι τέλειο τετράγωνο ακέραιου αριθμού.