



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: 2/12/17

Ωρα εξέτασης: 09:30 -12:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
2. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Πρόβλημα 1: Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \sqrt[5]{2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}} \cdot \sqrt[10]{\frac{19+6\sqrt{10}}{2}}$

Πρόβλημα 2: Έστω n ένας θετικός ακεραίος. Να αποδείξετε ότι:

- (i) Το άθροισμα Σ των άρτιων αριθμών, που βρίσκονται μεταξύ των θετικών ακεραίων $n^2 - n + 1$ και $n^2 + n + 1$, είναι $\Sigma = n^3 + n$.
- (ii) Ο ακεραίος $\Sigma + n$ διαιρείται με το 3.

Πρόβλημα 3: Θεωρούμε δύο κύκλους (C_1) και (C_2), που εφάπτονται εξωτερικά στο B και φέρουμε τις διαμέτρους τους AB και $B\Gamma$, αντίστοιχα. Γράφουμε τον κύκλο (C), διαμέτρου $ΑΓ$. Έστω I σημείο ενός από τα δύο ημικύκλια, διαμέτρου $B\Gamma$ του κύκλου (C_2). Η ευθεία IB τέμνει τον (C_1) στο Λ και τον (C) στα σημεία N, M ώστε το Λ να βρίσκεται μεταξύ N και B . Από το κέντρο O του κύκλου (C) φέρουμε την κάθετη στην MN , που τέμνει τον κύκλο (C) στο T . Να αποδείξετε ότι $\angle N\Lambda I = \angle M\Gamma I$.

Πρόβλημα 4: Να προσδιορίσετε όλα τα ζεύγη θετικών και πρώτων ακεραίων (μ, ν) , για τα οποία ο αριθμός $\mu^2 + 7\mu\nu + 9\nu^2$ είναι τέλειο τετράγωνο θετικού ακεραίου. (Ένας θετικός ακεραίος A είναι τέλειο τετράγωνο θετικού ακεραίου, όταν υπάρχει θετικός ακεραίος α , ώστε $A = \alpha^2$).