



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
Α΄ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ IMC STAGE III
ΜΑΡΤΗΣ 2018

Χρόνος Εξέτασης: 2 ώρες

Ημερομηνία: 7/03/2018

Ωρα εξέτασης: 15:45 -17:45

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα. Στα θέματα 1 και 2 να **αιτιολογήσετε πλήρως** τις απαντήσεις σας. Στα θέματα 3,4,5 και 6 να **γράψετε μόνο την απάντηση**.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Να απαντήσετε τα θέματα 1 και 2 **αιτιολογώντας πλήρως** τις απαντήσεις σας. Το κάθε θέμα είναι **10 μονάδες**.

ΘΕΜΑ 1:

Οι θετικοί πραγματικοί αριθμοί x, y ικανοποιούν την εξίσωση $x^2 + 9y^2 = \frac{13}{2}xy$.

Να βρείτε την μέγιστη και ελάχιστη δυνατή τιμή της παράστασης $A = \frac{x-3y}{x+3y}$.

ΘΕΜΑ 2:

Δίνεται τετράγωνο $ABΓΔ$. Έστω E σημείο στην πλευρά $ΓΔ$. Η διχοτόμος της γωνίας BAE τέμνει την $ΒΓ$ στο Z . Η κάθετη από το $Δ$ στην AZ , τέμνει τις AE, AZ και AB στα H, θ και I αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $ΔEH$ είναι ισοσκελές.
- β) $AE = BZ + ΔE$

Να απαντήσετε τα θέματα 3,4,5 και 6 **γράφοντας μόνο την τελική απάντηση**. Το κάθε θέμα είναι **5 μονάδες**.

ΘΕΜΑ 3:

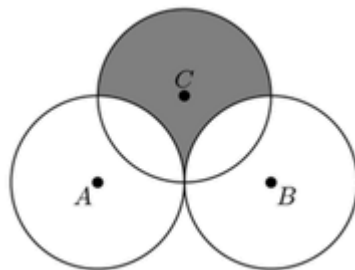
Σε μια σακούλα υπάρχουν νομίσματα του ενός και των δύο ευρώ. Κάθε νόμισμα του 1 ευρώ ζυγίζει 7,5 γραμμάρια και κάθε νόμισμα των 2 ευρώ ζυγίζει 8,5 γραμμάρια. Στη σακούλα έχουμε της ίδιας αξίας (σε ευρώ) νομίσματα από τα δύο είδη. Αν το συνολικό βάρος των νομισμάτων είναι 1175 γραμμάρια, να βρείτε τον αριθμό των νομισμάτων του ενός ευρώ, και αυτόν των δύο ευρώ που υπάρχουν στη σακούλα.

ΘΕΜΑ 4:

Ένας τετραψήφιος αριθμός $X : \overline{αβγδ}$ έχει διαφορετικά ψηφία και κανένα ψηφίο δεν είναι ίσο με το μηδέν. Σχηματίζουμε τον αριθμό $Y : \overline{δγβα}$ αντιστρέφοντας τη σειρά των ψηφίων του X . Αν το άθροισμα των X και Y είναι 14773, να βρείτε την μεγαλύτερη δυνατή τιμή του μικρότερου από τους δύο αριθμούς.

ΘΕΜΑ 5:

Οι κύκλοι A , B και C έχουν ακτίνα 1. Οι κύκλοι A και B εφάπτονται. Ο κύκλος C εφάπτεται στο τμήμα AB με σημείο επαφής το μέσο του. Να βρείτε το εμβαδόν της περιοχής μέσα στον κύκλο C αλλά έξω από τους κύκλους A και B .



ΘΕΜΑ 6:

Να βρείτε πόσα ορθογώνια υπάρχουν στη σκακίερα 6x6 που δεν περιέχουν ούτε το κελί (2,5) ούτε το κελί (4,3) (Οι γραμμές και οι στήλες είναι αριθμημένες από το 1 μέχρι το 6.)

