



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2017

A' ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: 11/11/2017

Ώρα Εξέτασης: 10:00-12:00

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1: (α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα

$$A = \frac{(v^5 - 10v^3 + 9v)(v^2 - 4)}{v^2 + 3v}$$

(β) Να αποδείξετε ότι ο A διαιρείται με το 12 για κάθε φυσικό αριθμό v .

Πρόβλημα 2: Αν ισχύει $\sin x - \eta\mu x = \sqrt{2}\eta\mu x$, να αποδείξετε ότι:

(α) $\epsilon\varphi x = \sqrt{2} - 1$

(β) $\sin x + \eta\mu x = \sqrt{2}\sin x$

Πρόβλημα 3: (α) Να αποδείξετε ότι οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης

$$x^3 - 2x + 1 = 0$$

είναι $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$, $x_3 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

(β) Δίνεται ότι: $(x^3 + 1)^3 = 8(2x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$ (1) και $y = \sqrt[3]{2x - 1}$, $y \in \mathbb{R}$ (2).

(i) Να αποδείξετε ότι ισχύει: $x^3 - y^3 = 2(y - x)$.

(ii) Να βρείτε όλες τις τιμές $x \in \mathbb{R}$ που ικανοποιούν την εξίσωση (1).

Πρόβλημα 4: Δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$. Έστω σημείο M πάνω στην πλευρά $B\Gamma$ του τετραγώνου. Η διχοτόμος της γωνίας $\angle\Delta AM$ τέμνει την πλευρά $\Delta\Gamma$ στο σημείο N . Από το σημείο N φέρουμε κάθετη ευθεία προς την AM η οποία τέμνει την ευθεία AB στο σημείο H . Να αποδείξετε ότι $AH = BM + \Delta N$.