

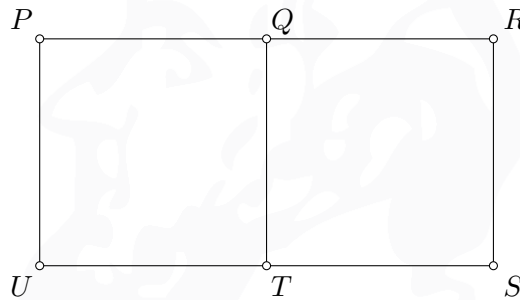


ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΗΣ ΕΒΔΟΜΑΔΑΣ
ΔΗΜΟΤΙΚΟ

Κωδικός: DIM2017-11
Επιμέλεια: Σωτήρης Λοϊζιάς

Πρόβλημα

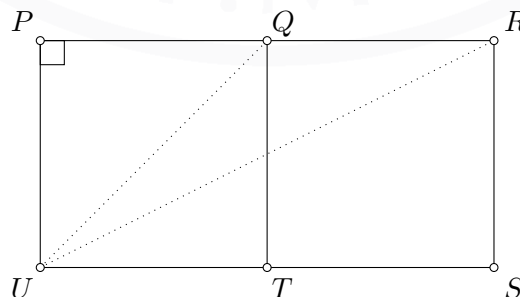
Στο πιο κάτω σχήμα, το $PRSU$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και το ευθύγραμμο τμήμα QT χωρίζει το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο σε δύο τετράγωνα. Πόσα ορθογώνια τρίγωνα μπορούν να κατασκευαστούν, χρησιμοποιώντας οποιαδήποτε τρία από τα σημεία P, Q, R, S, T και U ως κορυφές;



Πηγή: Μεγάλη Βρετανία, JMC 2005

Προτεινόμενη Λύση

Υπάρχουν δύο ορθογώνια τρίγωνα με κορυφή της ορθής γωνίας το σημείο P (τα τρίγωνα UPQ και UPR), όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Ομοίως, υπάρχουν δύο ορθογώνια τρίγωνα, σε κάθε περίπτωση, με κορυφή της ορθής γωνίας το σημείο R, S και U .

Υπάρχουν τρία ορθογώνια τρίγωνα με κορυφή της ορθής γωνίας το σημείο Q (τα τρίγωνα PQT , RQT και QUS).

Ομοίως, υπάρχουν τρία ορθογώνια τρίγωνα με κορυφή της ορθής γωνίας το σημείο T (τα τρίγωνα QTU , QTS και PTR).

Επομένως, υπάρχουν συνολικά 14 ορθογώνια τρίγωνα που πληρούν τις προϋποθέσεις του προβλήματος.

Σχόλιο

Ειδικότερα, για το τρίγωνο QUS (ομοίως για το τρίγωνο PTR) έχουμε:

Οι διαγώνιοι QU και QS των τετραγώνων $PQTU$ και $QRST$, αντίστοιχα, διχοτομούν τις ορθές γωνίες $\angle PQT$ και $\angle RQT$. Επομένως:

$$\angle UQS = \angle UQT + \angle TQS = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

