

ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

**ΙΗ΄ ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2017**

30 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2017



A΄ & B΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

www.cms.org.cy

**ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΑ ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΚΑΙ ΑΓΓΛΙΚΑ
PAPERS IN BOTH GREEK AND ENGLISH**

**ΚΥΠΡΙΑΚΗ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ 2017**

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ
ΕΚΔΟΣΗ**



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

Στασίον 36, Γραφ. 102, Στρόβολος 2003

Λευκωσία, Κύπρος

Τηλ. 22378101, Φαξ: 22379122

Email: cms@cms.org.cy - Ιστοσελίδα: www.cms.org.cy

ΙΗ' ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Κυριακή, 30/04/2017

ΔΟΚΙΜΙΟ

Α', Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΧΡΟΝΟΣ: 60 λεπτά

- Να συμπληρώσετε προσεκτικά το φύλλο απαντήσεων, επιλέγοντας μόνο μία απάντηση για κάθε ερώτηση. Η συμπλήρωση να γίνει με μαύρισμα στο αντίστοιχο κυκλάκι.
- Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 4 μονάδες. Για κάθε λανθασμένη απάντηση αφαιρείται 1 μονάδα.
- Απάντηση σε άσκηση με μαύρισμα σε περισσότερα από ένα κυκλάκια θεωρείται λανθασμένη. Επειδή η διόρθωση θα γίνει ηλεκτρονικά, οποιοδήποτε σημάδι ή σβήσιμο καθιστά την απάντηση λανθασμένη.
- Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε το χώρο δίπλα από τις ασκήσεις για βοηθητικές πράξεις.
- Συστήνεται όπως σημειώνετε τις απαντήσεις στο ειδικό έντυπο απαντήσεων στα τελευταία πέντε λεπτά της εξέτασης αφού βεβαιωθείτε ότι οι απαντήσεις είναι τελικές.

Παραδείγματα συμπλήρωσης απαντήσεων:

1. Βρείτε το αποτέλεσμα $2+3=?$

(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2

Σωστή συμπλήρωση:

1. A B C D E

1. A B C D E

1. A B C D E

Λανθασμένη συμπλήρωση:

1. A B C D E

1. A B C D E

1. A B C D E

1. Η τιμή της παράστασης $A = 2 + 7 \cdot 3 + (5^3 - 3^4) \cdot [(+5)^0 + 2 \cdot (-1)^{2017}]$ είναι:

- A. 0 B. -21 Γ. -8 Δ. 7 Ε. 26

2. Ο αριθμός a είναι πρώτος αριθμός. Το γινόμενο των θετικών διαιρετών του αριθμού a^3 είναι:

- A. a^3 B. a^5 Γ. a^6 Δ. 5 Ε. a^a

3. Τα $\frac{3}{4}\%$ του 80 είναι:

- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{3}{5}$ Γ. 60 Δ. 20 Ε. 6

4. Ένας πατέρας έστειλε το γιό του να αγοράσει 3 κιλά ντομάτες και 2 κιλά πορτοκάλια. Ο γιος του όμως κατά λάθος αγόρασε 2 κιλά ντομάτες και 3 κιλά πορτοκάλια με αποτέλεσμα να πληρώσει 1 ευρώ περισσότερο. Πόσα ευρώ περισσότερο στοιχίζει ένα κιλό ντομάτες από ένα κιλό πορτοκάλια;

- A. 0,50 B. 0,80 Γ. 0,90 Δ. 1 Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

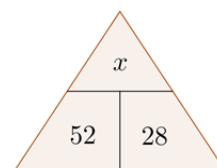
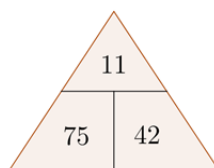
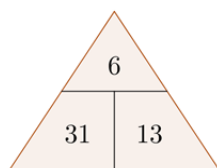
5. Πριν 5 χρόνια το άθροισμα των ηλικιών 3 παιδιών ήταν 9 χρόνια. Το άθροισμα των ηλικιών τους σε 7 χρόνια είναι:

- A. 21 B. 25 Γ. 45 Δ. 48 Ε. 54

6. Αν $x \blacklozenge y = y^x - x^y$, τότε $(2 \blacklozenge 3) \blacklozenge (4 \blacklozenge 3)$ ισούται με:

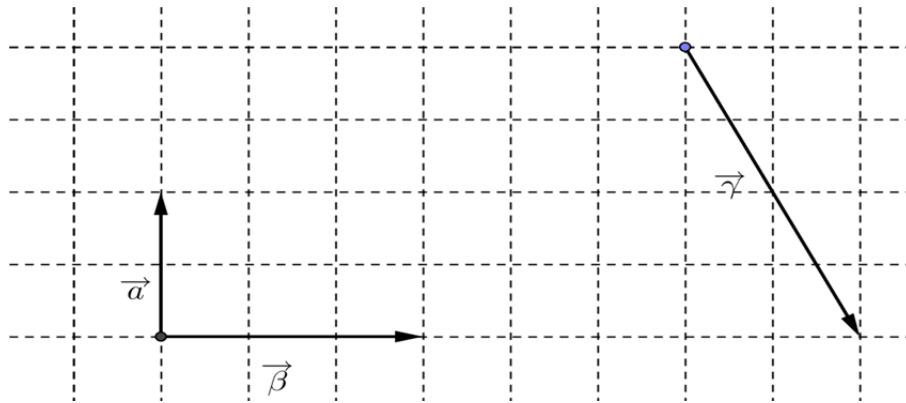
- A. -8 B. 16 Γ. 36 Δ. 78 Ε. Κανένα από τα προηγούμενα

7. Η τιμή του x στο πιο κάτω σχήμα είναι:

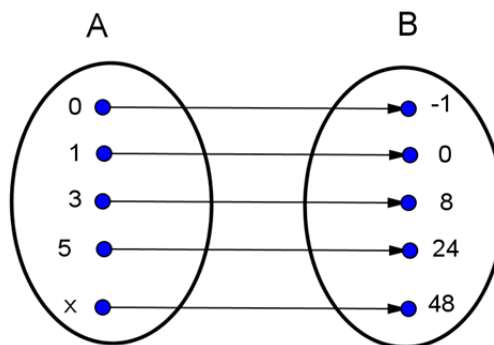


- A. 8 B. 12 Γ. 15 Δ. 16 Ε. 35

8. Το διάνυσμα $\vec{\gamma}$ ισούται με:



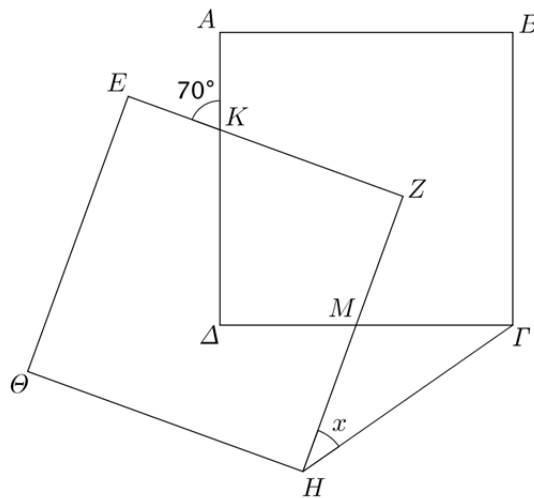
- A. $2\vec{a} + \vec{\beta}$ B. $-2\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{\beta}$ Γ. $-2\vec{a} + 2\vec{\beta}$ Δ. $-2\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{\beta}$ E. $2\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{\beta}$
9. Στο πιο κάτω βελοειδές διάγραμμα τα στοιχεία του συνόλου A αντιστοιχίζονται στο σύνολο B μέσω μιας συνάρτησης. Η τιμή του x είναι:



- A. 5 B. 9 Γ. 8 Δ. 7 E. 10
10. Αν $A = 26 + 29 + 32 + 35 + \dots + 497$, $B = 27 + 30 + 33 + 36 + \dots + 498$ και $\Gamma = 28 + 31 + 34 + 37 + \dots + 499$, τότε η τιμή του $A - 2B + \Gamma$ είναι:
- A. 0 B. 1496 Γ. 41318 Δ. 41317 E. 498
11. Ένα αγόρι στο τμήμα A έχει 2 συμμαθητές περισσότερους από τις συμμαθήτριές του. Ένα κορίτσι από το ίδιο τμήμα έχει διπλάσιους συμμαθητές από τις συμμαθήτριές της. Πόσα παιδιά έχει το τμήμα;

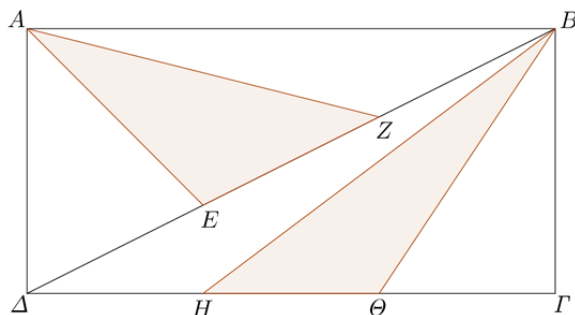
- A. 25 B. 10 Γ. 13 Δ. 24 E. 2

12. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα ίσα τετράγωνα $ABΓΔ$ και $EZHΘ$. Το μέτρο της γωνίας $\widehat{AKΕ}$ είναι 70° και ισχύει $ΔM = MZ$. Το μέτρο της γωνίας x είναι:



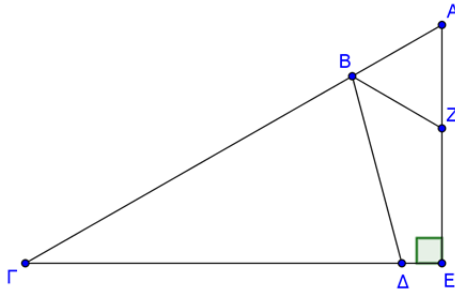
- A. 30° B. 35° Γ. 36° Δ. 40° E. Κανένα από τα προηγούμενα
13. Σε μια εκδρομή πήγαν παιδιά και από τις έξι τάξεις του δημοτικού. Ο μικρότερος αριθμός παιδιών στην εκδρομή που θα μας εξασφάλιζε σίγουρα ότι θα υπάρχουν 8 παιδιά τουλάχιστον από την ίδια τάξη είναι:
- A. 42 B. 43 Γ. 48 Δ. 49 E. Κανένα από τα προηγούμενα
14. Δίνονται τρεις αριθμοί A, B και $Γ$. Ο μέσος όρος των A και B είναι 21, ο μέσος όρος των A και $Γ$ είναι 38 και ο μέσος όρος των B και $Γ$ είναι 80. Ο μέσος όρος των αριθμών A, B και $Γ$ ισούται με:
- A. $30\frac{1}{3}$ B. 31 Γ. 33 Δ. 37 E. $46\frac{1}{3}$
15. Ένας αγώνας ποδοσφαίρου μεταξύ δύο ομάδων έληξε με σκορ 4–2. Τα δυνατά αποτελέσματα κατά την λήξη του Α΄ ημιχρόνου είναι:
- A. 6 B. 10 Γ. 13 Δ. 15 E. 16

16. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$. Πάνω στη διαγώνιο $ΒΔ$ παίρνουμε σημεία E και Z , τέτοια ώστε $BZ = ZE = EΔ$. Πάνω στην πλευρά $ΓΔ$ παίρνουμε σημεία H και $Θ$, τέτοια ώστε $ΔH = HΘ = ΘΓ$. Τι μέρος του εμβαδού του ορθογώνιου παραλληλογράμμου είναι το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους;



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ Γ. $\frac{1}{5}$ Δ. $\frac{2}{3}$ E. $\frac{5}{12}$
17. Για τους θετικούς αριθμούς a, β και γ ισχύουν $a\beta = 7, \beta\gamma = 8$ και $a\gamma = 14$. Το γινόμενο $a\beta\gamma$ είναι ίσο με:
- A. 28 B. 56 Γ. 112 Δ. 392 E. 784
18. Το 64 είναι τέλειο τετράγωνο και τέλειος κύβος διότι $64 = 8^2 = 4^3$. Ο επόμενος φυσικός αριθμό με αυτή την ιδιότητα είναι:
- A. 128 B. 216 Γ. 225 Δ. 625 E. 729
19. Σε ένα φεστιβάλ βιβλίου μοιράστηκαν 124 παραμύθια και 93 μυθιστορήματα. Κάθε δύο παιδιά που συμμετείχαν, πήραν ίσο αριθμό παραμυθιών και ίσο αριθμό μυθιστορημάτων. Πόσα βιβλία πήρε το κάθε παιδί;
- A. 7 B. 31 Γ. 62 Δ. 4 E. 6
20. Μια ακολουθία ορίζεται ως εξής:
- $$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + n$$
- Ο 5^{ος} όρος της πιο πάνω ακολουθίας είναι:
- A. 5 B. 9 Γ. 11 Δ. 25 E. 19

21. Στο πιο κάτω σχήμα $AB = AZ$ και $BΓ = ΓΔ$. Πόσες μοίρες είναι η γωνία $\widehat{ΔBZ}$;



- A. 30° B. 40° Γ. 60° Δ. 45° E. 50°
22. Ορίζουμε για κάθε θετικό ακέραιο διψήφιο αριθμό X :
- $$\langle X \rangle = (\text{Ψηφίο δεκάδων του } X) - (\text{Ψηφίο μονάδων του } X)$$
- Για παράδειγμα $\langle 35 \rangle = 3 - 5 = -2$.
 Το άθροισμα
- $$\langle 10 \rangle + \langle 11 \rangle + \langle 12 \rangle + \dots + \langle 99 \rangle$$
- είναι ίσο με:
- A. -10 B. 35 Γ. 40 Δ. 45 E. 99
23. Ο Κώστας έχει ένα χρηματοκιβώτιο το οποίο ξεκλειδώνει με έναν τριψήφιο αριθμό. Ξέχασε όμως τον αριθμό αυτό. Το μόνο που θυμάται είναι ότι αποτελείται μόνο από περιττά, διαφορετικά μεταξύ τους, ψηφία και ότι διαιρείται με το 3. Ο ελάχιστος αριθμός δοκιμών που μπορεί να κάνει ώστε να ξεκλειδώσει το χρηματοκιβώτιο είναι:
- A. 4 B. 5 Γ. 24 Δ. 30 E. 60
24. Ο επόμενος όρος της ακολουθίας
- $$10, 11, 13, 17, 25, 32, \dots$$
- είναι:
- A. 34 B. 37 Γ. 39 Δ. 44 E. 55
25. Ρωτήσαμε τα άτομα που παρευρίσκονται σε ένα καφενείο ποιες εφημερίδες διαβάζουν από τις A, B και $Γ$. Σύμφωνα με τις απαντήσεις τους, κανένας δεν διαβάζει ακριβώς δύο από αυτές, 7 διαβάζουν την A εφημερίδα, 8 τη B εφημερίδα, αλλά αυτοί που διαβάζουν μόνο τη $Γ$ εφημερίδα είναι διπλάσιοι από αυτούς που διαβάζουν και τις τρεις. Να βρείτε πόσοι από αυτούς διαβάζουν μόνο μια εφημερίδα.
- A. 13 B. 16 Γ. 5 Δ. 20 E. 15

**CYPRUS
MATHEMATICAL
OLYMPIAD
2017**

ENGLISH VERSION



CYPRUS MATHEMATICAL SOCIETY

36 Stasinou street, Off. 102, 2003 Strovolos

Nicosia, Cyprus

Tel. 22378101, Fax: 22379122

Email: cms@cms.org.cy -Website: www.cms.org.cy

18th CYPRUS MATHEMATICAL OLYMPIAD

Sunday, 30/04/2017

EXAMS PAPER

7th, 8th Grade – A', B' Gymnasium

TIME: 60 minutes

- Fill carefully the answer sheet, by choosing only one answer to each question. The selection must be made by shading the right answer.
- Every right answer is graded with 4 points. For each wrong answer 1 point will be lost.
- If a question is answered by shading more than one answer, the answer will be considered wrong. The correction will be electronically, so any mark will be taken wrong.
- You can use the space next to the questions to make extra notes.
- It is recommended that you complete the answer sheet in the last five minutes of the exam, with your final answer.

Choose only one of the five proposed answers (A, B, C, D or E) and fill the box for right answer.

Example of filling the table of answers:

41. Find the result $2+3=?$ (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3 (E) 2

These fillings are **correct**

1. A B C D E

1. A B C D E

1. A B C D E

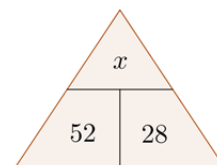
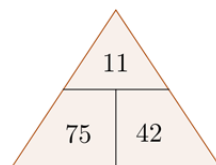
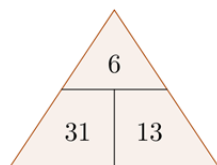
and these are **incorrect**

1. A B C D E

1. A B C D E

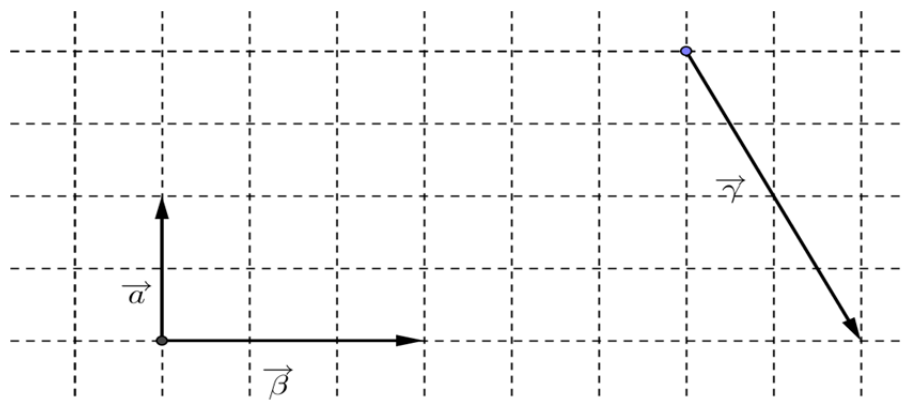
1. A B C D E

- The value of the expression $A = 2 + 7 \cdot 3 + (5^3 - 3^4) \cdot [(+5)^0 + 2 \cdot (-1)^{2017}]$ is:
 A. 0 B. -21 Γ. -8 Δ. 7 E. 26
- Let a be a prime number. The product of the positive divisors of a^3 is:
 A. a^3 B. a^5 Γ. a^6 Δ. 5 E. a^a
- The $\frac{3}{4}\%$ of 80 is:
 A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{3}{5}$ Γ. 60 Δ. 20 E. 6
- A father sent his son to buy 3 kg of tomatoes and 2 kg of oranges. His son however by mistake bought 2 kg of tomatoes and 3 kg of oranges, so he paid 1 euro more. How many euros more does one kg of tomatoes cost, than one kg of oranges?
 A. 0,50 B. 0,80 Γ. 0,90 Δ. 1 E. None of the previous
- Five years ago, the sum of the ages of 3 children was 9 years. The sum of their ages 7 years after is:
 A. 21 B. 25 Γ. 45 Δ. 48 E. 54
- If $x \blacklozenge y = y^x - x^y$, then $(2 \blacklozenge 3) \blacklozenge (4 \blacklozenge 3)$ is equal to:
 A. -8 B. 16 Γ. 36 Δ. 78 E. None of the previous
- The value of x in the following shapes is:



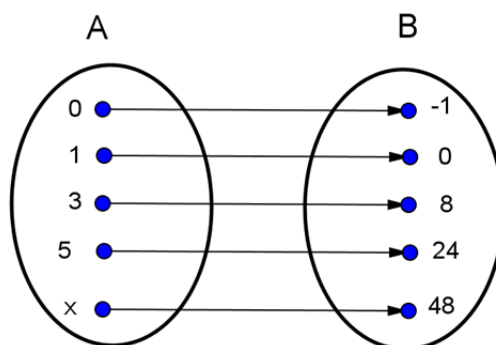
- A. 8 B. 12 Γ. 15 Δ. 16 E. 35

8. Vector $\vec{\gamma}$ is equal to:



- A. $2\vec{a} + \vec{\beta}$ B. $-2\vec{a} + \frac{3}{2}\vec{\beta}$ Γ. $-2\vec{a} + 2\vec{\beta}$ Δ. $-2\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{\beta}$ E. $2\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{\beta}$

9. In the following diagram, the elements of the set A are associated with the elements of the set B , by a specific function. The value of x is:



- A. 5 B. 9 Γ. 8 Δ. 7 E. 10

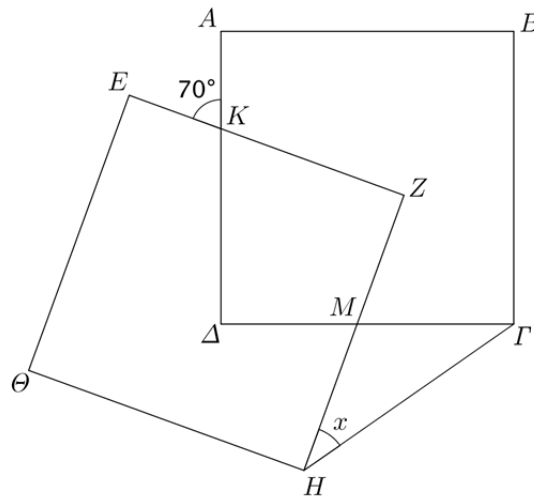
10. If $A = 26 + 29 + 32 + 35 + \dots + 497$, $B = 27 + 30 + 33 + 36 + \dots + 498$ and $\Gamma = 28 + 31 + 34 + 37 + \dots + 499$, then the value of $A - 2B + \Gamma$ is:

- A. 0 B. 1496 Γ. 41318 Δ. 41317 E. 498

11. A boy in class A has 2 male classmates more than his female classmates. A girl from the same class has double the number of her male classmates, compared to the number of her female classmates. How many children are in the class?

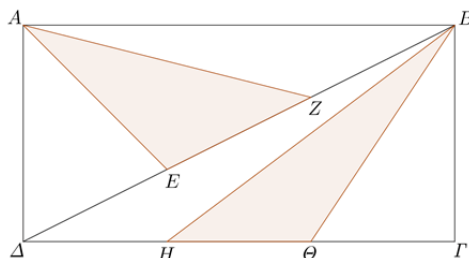
- A. 25 B. 10 Γ. 13 Δ. 24 E. 2

12. In the following shape the squares $AB\Gamma\Delta$ and $EZH\Theta$ are equal. The angle \widehat{AKE} is 70° and $\Delta M = MZ$. The value of the angle x is:



- A. 30° B. 35° Γ. 36° Δ. 40° E. None of the previous
13. The children from all the six grades of a primary school went to an excursion. The smallest possible number of children that will guarantee that there will be at least 8 children from the same grade is:
- A. 42 B. 43 Γ. 48 Δ. 49 E. None of the previous
14. Three numbers A, B and Γ are given. The mean of A and B is 21, the mean of A and Γ is 38 and the mean of B and Γ is 80. The mean of A, B and Γ is:
- A. $30\frac{1}{3}$ B. 31 Γ. 33 Δ. 37 E. $46\frac{1}{3}$
15. A football match between two teams ended with score 4–2. How many possible half time scores are there?
- A. 6 B. 10 Γ. 13 Δ. 15 E. 16

16. In the following shape we have a rectangle $AB\Gamma\Delta$. On the diagonal $B\Delta$ we mark points E and Z , such that $BZ = ZE = E\Delta$. On the side $\Gamma\Delta$ we mark points H and θ , such that $\Delta H = H\theta = \theta\Gamma$. What part of the area of the rectangle is the area of the shaded region?



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ Γ. $\frac{1}{5}$ Δ. $\frac{2}{3}$ E. $\frac{5}{12}$
17. For the positive numbers a, β and γ we have $a\beta = 7, \beta\gamma = 8$ and $a\gamma = 14$. The product $a\beta\gamma$ is equal to:

- A. 28 B. 56 Γ. 112 Δ. 392 E. 784

18. Number 64 is a perfect square and a perfect cube, because $64 = 8^2 = 4^3$. The next natural number with this property is:

- A. 128 B. 216 Γ. 225 Δ. 625 E. 729

19. In a book festival 124 fairy tales and 93 novels were distributed to the participating children. Every two children got the same number of fairy tales and also the same number of novels. How many books did each child get?

- A. 7 B. 31 Γ. 62 Δ. 4 E. 6

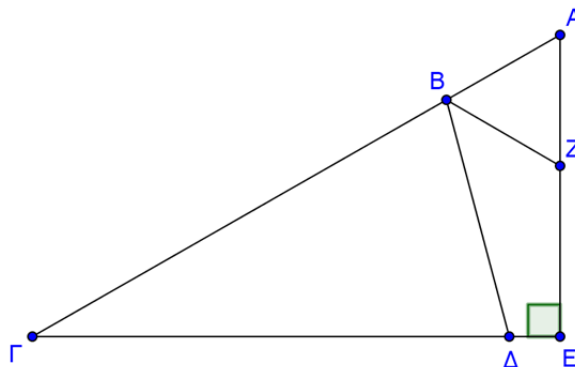
20. A sequence is defined as follows:

$$a_1 = 1, a_2 = 3, a_{v+2} = 2a_{v+1} - a_v + v$$

The 5th term of the sequence above is:

- A. 5 B. 9 Γ. 11 Δ. 25 E. 19

21. In the following shape $AB = AZ$ and $B\Gamma = \Gamma\Delta$. Find the angle \widehat{ABZ} in degrees.



- A. 30° B. 40° Γ. 60° Δ. 45° E. 50°
22. We define for any positive whole number X :
- $$\langle X \rangle = (\text{Tens digit of } X) - (\text{Units digit of } X)$$
- For example, $\langle 35 \rangle = 3 - 5 = -2$.
- The sum
- $$\langle 10 \rangle + \langle 11 \rangle + \langle 12 \rangle + \dots + \langle 99 \rangle$$
- equals to:
- A. -10 B. 35 Γ. 40 Δ. 45 E. 99
23. Costas has a safe which opens with a three digit number. However, he forgot this number. The only clue he remembers is that it is constituted only by different odd digits and is divisible by 3. The least number of trials he must do, so that he can open the safe is:
- A. 4 B. 5 Γ. 24 Δ. 30 E. 60
24. The next term of the sequence
- $$10, 11, 13, 17, 25, 32, \dots$$
- is:
- A. 34 B. 37 Γ. 39 Δ. 44 E. 55
25. We asked the customers of a coffee shop, which newspapers they read amongst A, B and Γ . According to their answers, nobody reads exactly two of them, 7 people read newspaper A , 8 people newspaper B , but those who read only newspaper Γ are twice than those who read all three of them. How many of them read only one newspaper?
- A. 13 B. 16 Γ. 5 Δ. 20 E. 15

